

Lösung von quadratischen Gleichungen ohne Lösungsformeln:

Gleichungen der Form: $x^2=a$

Lösung durch Wurzelziehen: $x=\pm\sqrt{a}$

Die Gleichung hat zwei Lösungen für $a>0$, eine Lösung für $a=0$ und keine Lösung für $a<0$

Gleichungen der Form: $x^2+px=0$

Man hebt x heraus und erhält: $x\cdot(x+p)=0$

Durch Anwendung des sogenannten Produkt-Null-Satzes erhält man:

$x_1=0$ und $x_2=-p$

Gleichungen der Form: $x^2+px+q=0$

Lösung durch quadratische Ergänzung:

$$\begin{aligned} x^2+px+q &= 0 && | -q \\ x^2+px &= -q && | + (p/2)^2 \\ x^2+px+(p/2)^2 &= (p/2)^2 - q && \\ (x+p/2)^2 &= (p/2)^2 - q && | \sqrt{} \\ x+p/2 &= \pm\sqrt{(p/2)^2 - q} && | -p/2 \\ x_{1,2} &= -p/2 \pm \sqrt{(p/2)^2 - q} \end{aligned}$$

Lösungsformeln von quadratische Gleichungen:

kleine Lösungsformel:	große Lösungsformel:
Gleichung: $x^2+px+q=0$ $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ Diskriminante: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$	Gleichung: $ax^2+bx+c=0$ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Diskriminante: $D = b^2 - 4ac$
Die Zahl der Lösungen hängt vom Wert der Diskriminante ab: $D > 0$ die Gleichung hat zwei Lösungen $D = 0$ die Gleichung hat genau eine Lösung $D < 0$ die Gleichung hat keine reelle Lösung	

Satz von Vieta:

x_1 und x_2 sind Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2+px+q=0$. Dann gilt:

$$p = -(x_1 + x_2)$$

$$q = x_1 \cdot x_2$$

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$