9 Lösungen

Beispiel 1:

Aufgabenstellung:

Bestimme Mittelpunkt und Radius des Kreises k: $x^2+4x+y^2-2y-11=0$.

Lösung:

Diese Gleichung formt man um in die Form $(x-x_M)^2+(y-y_M)^2=r^2$. In dieser Gleichung sind x_M und y_M die Koordinaten des Mittelpunktes $M=(x_M|y_M)$ und r ist der Radius des Kreises. Wenn man die Klammern auflöst erhält man:

$x^2-2x_M.x+x_M^2+y^2-2y_M.y+y_M^2 \quad = \quad r^2 \qquad |-r^2$

$x^2-2x_M.x+y^2-2y_M.y+x_M^2+y_M^2-r^2 = \quad 0$

Vergleicht man das mit der gegebenen Gleichung, so erhält man:

$-2x_M.x \quad = 4x \quad \Rightarrow -2x_M = 4 \quad \Rightarrow \quad x_M = -2$

$-2y_M.y \quad = -2y \quad \Rightarrow -2y_M = -2 \quad \Rightarrow \quad y_M = 1$

$x_M^2+y_M^2-r^2 \quad = 0 \quad \Rightarrow (-2)^2+1^2-r^2=-11 \quad \Rightarrow 4+1-r^2=-11 \Rightarrow r^2=16 \Rightarrow r=4$

Man erhält: $M=(-2|1)$ und $r=4$

Beispiel 2:

Aufgabenstellung:

Ein Kreis mit dem Mittelpunkt $M=(1|2)$ geht durch den Punkt $P=(4|-2)$. Bestimme den Radius des Kreises und die Kreisgleichung.

Lösung:

Der Radius des Kreises ist der Betrag (die Länge) des Vektors $\overrightarrow{MP}$.

$\overrightarrow{MP}=P-M=\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$

$r=|\overrightarrow{MP}|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{9+16}=5$

$k:(x-1)^2+(y-2)^2=25$

Beispiel 3:

Aufgabenstellung:

Die Punkte $A=(2|4)$ und $B=(6|2)$ bilden den Durchmesser eines Kreises. Bestimme den Mittelpunkt, den Radius und die Kreisgleichung.

Lösung:

Wenn die Punkte A und B auf dem Durchmesser des Kreises liegen, dann ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{AB}$ der Durchmesser des Kreises. Der Mittelpunkt des Kreises ist der Halbierungspunkt der Punkte A und B.

$$M=\frac{1}{2}(A+B)=\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}8\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$$

Der Radius ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{AM}$.

$$\overrightarrow{AM}=M-A=\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$$

$$r=|\overrightarrow{AM}|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$$

$$k:(x-4)^2+(y-3)^2=5$$

Beispiel 4:

Aufgabenstellung:

Die Punkte $A=(-1|-2)$, $B=(4|3)$ und $C=(0|1)$ liegen auf einem Kreis. Bestimme die Kreisgleichung.

Lösung:

Wenn zwei Punkte eines Kreises gegeben sind dann liegt der Mittelpunkt des Kreises auf der Streckensymmetralen dieser beiden Punkte. Da hier drei Punkte bekannt sind bestimmt man zwei Streckensymmetralen (zum Beispiel von A und B bzw von A und C). Der Schnittpunkt dieser beiden Geraden ist dann der Mittelpunkt des Kreises. Der Radius ist der Abstand des Mittelpunktes zu einem der drei gegebenen Punkte.

Die Streckensymmetrale der Punkte A und B geht durch den Halbierungspunkt H_{AB} von A und B. Der Vektor $\overrightarrow{AB}$ ist der Normalvektor dieser Geraden.

$$H_{AB}=\frac{1}{2}(A+B)=\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}=B-A=\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$$

Diesen Vektor kann man durch 5 teilen und erhält: $\vec{n}=(1|1)$

$$\vec{n}.\vec{x}=\vec{n}.H_{AB}$$

$$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}\Rightarrow 1.x+1.y=1.1{,}5+1.0{,}5\Rightarrow g:x+y=2$$

Die Streckensymmetrale der Punkte A und C geht durch den Halbierungspunkt H_{AC} von A und C. Der Vektor $\overrightarrow{AC}$ ist der Normalvektor dieser Geraden.

$$H_{AC}=\frac{1}{2}(A+C)=\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-0{,}5\\-0{,}5\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC}=C-A=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$$

Dieser Vektor ist der Normalvektor der Streckensymmetralen: $\vec{n}=(1|3)$. Daraus folgt:

$$\vec{n}.\vec{x}=\vec{n}.H_{AC}$$

$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-0,5\\-0,5\end{pmatrix} \Rightarrow 1.x+3.y=1.(-0,5)+3.(-0,5) \Rightarrow h{:}x+3y=-2$

Der Mittelpunkt des Kreises ist der Schnittpunkt dieser beiden Geraden:

$$\begin{array}{rrcrl} x & +y & = & 2 & \\ x & +3y & = & -2 & |.(-1) \\ \hline x & +y & = & 2 & \rbrace + \\ -x & -3y & = & 2 & \\ \hline & -2y & = & 4 & |:(-2) \\ & y & = & -2 & \end{array}$$

Setze man $y=-2$ in $x+y=2$ ein, so erhält man:

$$\begin{array}{rrcrl} x & -2 & = & 2 & |+2 \\ x & & = & 4 & \end{array}$$

Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist $M=(4|-2)$.

Der Radius ist der Betrag (die Länge) des Vektors $\overrightarrow{AM}$.

$\overrightarrow{AM}=M-A=\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$

$r=|\overrightarrow{AM}|=\sqrt{5^2+0^2}=\sqrt{25+0}=\sqrt{25}=5$

$k{:}(x-4)^2+(y+2)^2=25$

Beispiel 5:

Aufgabenstellung:

Die Punkte $A=(10|-3)$ und $B=(4|-7)$ liegen auf einem Kreis dessen Mittelpunkt auf der Geraden $g{:}5x-y=1$ liegt. Gesucht ist die Kreisgleichung.

Lösung:

Wenn zwei Punkte eines Kreises gegeben sind dann liegt der Mittelpunkt des Kreises auf der Streckensymmetralen dieser beiden Punkte. Da der Mittelpunkt auch auf der Geraden g liegt, berechnet man den Kreismittelpunkt, indem man diese beiden Geraden schneidet. Der Radius ist der Abstand des Mittelpunktes zu einem der beiden gegebenen Punkte. Die Streckensymmetrale der Punkte A und B geht durch den Halbierungspunkt H_{AB} von A und B. Der Vektor $\overrightarrow{AB}$ ist der Normalvektor dieser Geraden.

$H_{AB}=\frac{1}{2}(A+B)=\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}10\\-3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\-7\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}14\\-10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\-5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}=B-A=\begin{pmatrix}4\\-7\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}10\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix}$

Wenn man diesen Vektor durch (-2) dividiert, so erhält man $\vec{n}=(3|2)$. Daraus folgt:

$\vec{n}.\vec{x}=\vec{n}.H_{AB}$

$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}7\\-5\end{pmatrix} \Rightarrow 3.x+2.y=3.7+2.(-5) \Rightarrow h{:}3x+2y=11$

Der Mittelpunkt des Kreises ist der Schnittpunkt dieser beiden Geraden:

$$\begin{array}{rrcrl} 5x & -y & = & 1 & |.2 \\ 3x & +2y & = & 11 & \\ \hline 10x & -2y & = & 2 & \\ 3x & +2y & = & 11 & \}+ \\ \hline 13x & & = & 13 & |:13 \\ x & & = & 1 & \end{array}$$

Setze man x=1 in 5x-y=1 ein, so erhält man:

$$\begin{array}{rrcrl} 5.1 & -y & = & 1 & \\ 5 & -y & = & 1 & |-5 \\ & -y & = & -4 & |:(-1) \\ & y & = & 4 & \end{array}$$

Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist M=(1|4).

Der Radius ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{AM}$.

$$\overrightarrow{AM} = M - A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$r = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{(-9)^2 + 7^2} = \sqrt{81 + 49} = \sqrt{130}$$

k:$(x-1)^2+(y-4)^2=130$

Beispiel 6:

Aufgabenstellung:

Die Punkte A=(5|4) und B=(4|-3) liegen auf einem Kreis dessen Mittelpunkt auf der Geraden g: $\vec{x}$=(4|-1)+t(3|-2) liegt. Bestimme den Mittelpunkt und den Radius dieses Kreises.

Lösung:

Wenn zwei Punkte eines Kreises gegeben sind dann liegt der Mittelpunkt des Kreises auf der Streckensymmetralen dieser beiden Punkte. Da der Mittelpunkt auch auf der Geraden g liegt, berechnet man den Kreismittelpunkt, indem man diese beiden Geraden schneidet. Der Radius ist der Abstand des Mittelpunktes zu einem der beiden gegebenen Punkte. Die Streckensymmetrale der Punkte A und B geht durch den Halbierungspunkt H_{AB} von A und B. Der Vektor $\overrightarrow{AB}$ ist der Normalvektor dieser Geraden.

$$H_{AB} = \frac{1}{2}(A+B) = \frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Wenn man diesen Vektor mit (-1) multipliziert, so erhält man $\vec{n}$=(1|7). Daraus folgt:

$$\vec{n} \,.\, \vec{x} = \vec{n} \,.\, H_{AB}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \Rightarrow 1.x+7.y=1.4{,}5+7.0{,}5 \Rightarrow h{:}\ x+7y=8$$

Der Mittelpunkt des Kreises ist der Schnittpunkt dieser beiden Geraden: Aus der Geraden g erhält man: x=4+3t und y=-1-2t. Nun setzt man diese beiden Ausdrücke in die Geradengleichung x+7y=8 ein, und erhält:

$$\begin{array}{lcl} 4+3t+7.(-1-2t) & = & 8 \\ 4+3t-7-14t & = & 8 \end{array}$$

$-3-11t = 8 \quad |+3$
$-11t = 11 \quad |:(-11)$
$t = -1$

Nun setzte man t=-1 in die Gleichung für die Gerade g ein, und erhält:

$M=\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}+(-1)\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

Der Radius ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{AM}$.

$\overrightarrow{AM}=M-A=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$

$r=|\overrightarrow{AM}|=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}=\sqrt{16+9}=5$

$k:(x-1)^2+(y-1)^2=25$

Beispiel 7:

Aufgabenstellung:

Die Gerade g:x-2y=1 berührt den Kreis im Punkt T=(5|2). Vom Mittelpunkt M ist die Koordinate x_M=3 gegeben. Bestimme die Kreisgleichung.

Lösung:

Die Gerade g berührt den Kreis im Punkt T. Eine Gerade h, die normal auf diese Gerade ist und durch den Punkt T geht geht auch durch den Mittelpunkt des Kreises. Der Normalvektor der Geraden g ist $\overrightarrow{n_g}$=(1|-2). Der Normalvektor der Geraden h ist normal auf $\overrightarrow{n_g}$, also $\overrightarrow{n_h}$=(2|1). Daraus folgt:

$\overrightarrow{n_h}.\vec{x}=\overrightarrow{n_h}.T$

$\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix} \Rightarrow 2.x+1.y=2.5+1.2 \Rightarrow h:2x+y=12$

Der Mittelpunkt M des Kreises liegt auf der Geraden h. Die y-Koordinate von des Mittelpunktes erhält man, indem man x_M=3 für x in die Geradengleichung einsetzt: $2.3+y=12 \Rightarrow 6+y=12 \Rightarrow y=6 \Rightarrow M=(3|6)$

Der Radius ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{TM}$.

$\overrightarrow{TM}=T-M=\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

$r=|\overrightarrow{TM}|=\sqrt{2^2+(-4)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$

$k:(x-3)^2+(y-6)^2=20$

Beispiel 8:

Aufgabenstellung:

Die Gerade g: $\vec{x}$=(9|-9)+t(1|-1) berührt den Kreis im Punkt T=(1|-1). Vom Mittelpunkt M ist die Koordinate x_M=-3 gegeben. Bestimme die Kreisgleichung.

Lösung:

Die Gerade g berührt den Kreis im Punkt T. Eine Gerade h, die normal auf diese Gerade ist und durch den Punkt T geht geht auch durch den Mittelpunkt des Kreises. Der Richtungsvektor der Geraden g ist der Normalvektor der Geraden h: $\overrightarrow{n_h}$ =(1|-1). Daraus folgt:

$\overrightarrow{n_h} . \vec{x} = \overrightarrow{n_h} . T$

$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow 1.x+(-1).y=1.1+(-1).(-1) \Rightarrow h{:}x-y=2$

Der Mittelpunkt M des Kreises liegt auf der Geraden h. Die y-Koordinate von des Mittelpunktes erhält man, indem man x_M=-3 für x in die Geradengleichung einsetzt: $-3-y=2 \Rightarrow -y=5 \Rightarrow y=-5 \Rightarrow M=(-3|-5)$

Der Radius ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{TM}$.

$\overrightarrow{TM} = T-M = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

$r=|\overrightarrow{TM}| = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$

$k{:}(x+3)^2+(y+5)^2=32$

Beispiel 9:

Aufgabenstellung:

Die Gerade $g{:}3x-y=3$ berührt den Kreis im Punkt T=(2|3). Der Mittelpunkt liegt auf der Geraden $h{:}\vec{x}$ =(0|3)+t(4|-1). Bestimme die Kreisgleichung.

Lösung:

Die Gerade g berührt den Kreis im Punkt T. Eine Gerade n, die normal auf diese Gerade ist und durch den Punkt T geht geht auch durch den Mittelpunkt des Kreises. Der Normalvektor $\overrightarrow{n_g}$ =(3|-1) von g ist also der Richtungsvektor der Geraden n. Da n den Punkt T=(2|3) enthält folgt: $n{:}\vec{x}$ =(2|3)+s(3|-1) Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Geraden h ist der Mittelpunkt des Kreises. Aus der Geraden n erhält man: $x=2+3s$ und $y=3-s$. Aus h folgt: $x=4t$ und $y=3-t$. Wenn man sowohl x als auch y gleichsetzt, so erhält man ein Gleichungssystem mit den Unbekannten s und t:

$$\begin{array}{rrcrr|l}
2 & +3s & = & & 4t & \\
3 & -s & = & 3 & -t & |.4 \\
\hline
2 & +3s & = & & 4t & \rbrace + \\
12 & -4s & = & 12 & -4t & \\
\hline
14 & -s & = & 12 & & |-14 \\
 & -s & = & -2 & & |.(-1) \\
 & s & = & 2 & &
\end{array}$$

Diesen Wert setzt man in die Gleichung der Geraden n ein und erhält:

$M = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2.\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$

Der Radius ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{TM}$.

$\overrightarrow{TM}$ =*T*-*M*=$\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$-$\begin{pmatrix}8\\1\end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$

r=|$\overrightarrow{TM}$|=$\sqrt{(-6)^2+2^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}$

k:$(x-8)^2+(y-1)^2=40$

Beispiel 10:

Aufgabenstellung:

Die Gerade *g*: $\vec{x}$=(10|3)+*s*(3|-4) berührt den Kreis im Punkt *T*=(7|7). Der Mittelpunkt liegt auf der Geraden *h*: $\vec{x}$=(6|-8)+*t*(1|-4). Bestimme die Kreisgleichung.

Lösung:

Die Gerade *g* berührt den Kreis im Punkt *T*. Eine Gerade *n*, die normal auf diese Gerade ist und durch den Punkt *T* geht geht auch durch den Mittelpunkt des Kreises. Der Richtungsvektor von *g* ist also der Normalvektor $\vec{n}$=(3|-4) der Geraden *n*. Da *n* den Punkt *T*=(7|7) enthält folgt: $\vec{n}\,.\,\vec{x}=\vec{n}\,.T$

$\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}7\\7\end{pmatrix}$ ⇒ 3.*x*+(-4).*y*=3.7+(-4).7 ⇒ *n*:3*x*-4*y*=-7

Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Geraden *h* ist der Mittelpunkt des Kreises. Aus der Geraden *h* erhält man: *x*=6+*t* und *y*=-8-4*t*. Nun setzt man diese beiden Ausdrücke in die Geradengleichung 3*x*-4*y*=-7 ein, und erhält:

3.(6+*t*)-4.(-8-4*t*)	= -7	
18+3*t*+32+16*t*	= -7	
50+19*t*	= -7	|-50
19*t*	= -57	|:19
t	=-3	

Nun setzte man *t*=-3 in die Gleichung für die Gerade *h* ein, und erhält:

M=$\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$+(-3).$\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

Der Radius ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{TM}$.

$\overrightarrow{TM}$ =*T*-*M*=$\begin{pmatrix}7\\7\end{pmatrix}$-$\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$

r=|$\overrightarrow{TM}$|=$\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}$=5

k:$(x-4)^2+(y-3)^2=25$

Beispiel 11:

Aufgabenstellung:

Die Gerade *g*:7*x*-*y*=-16 berührt den Kreis im Punkt *T*=(-1|9). Der Mittelpunkt liegt auf der Geraden *h*:2*x*+3*y*=36. Bestimme die Kreisgleichung.

Lösung:

Die Gerade g berührt den Kreis im Punkt T. Eine Gerade n, die normal auf diese Gerade ist und durch den Punkt T geht geht auch durch den Mittelpunkt des Kreises. Der Normalvektor $\overrightarrow{n_g}$ =(7|-1) von g ist also der Richtungsvektor der Geraden n. Da n den Punkt T=(-1|9) enthält folgt: n: $\vec{x}$=(-1|9)+t(7|-1) Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Geraden h ist der Mittelpunkt des Kreises. Aus der Geraden n erhält man: x=-1+7t und y=9-t. Nun setzt man diese beiden Ausdrücke in die Geradengleichung h:2x+3y=36 ein, und erhält:

2.(-1+7t)+3.(9-t)	= 36	
-2+14t+27-3t	= 36	
25+11t	= 36	|-25
11t	= 11	|:11
t	= 1	

Nun setzte man t=-3 in die Gleichung für die Gerade n ein, und erhält:

$$M=\begin{pmatrix}-1\\9\end{pmatrix}+1.\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\9\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$$

Der Radius ist der Betrag des Vektors $\overrightarrow{TM}$.

$$\overrightarrow{TM}=T-M=\begin{pmatrix}-1\\9\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}$$

$$r=|\overrightarrow{TM}|=\sqrt{(-7)^2+1^2}=\sqrt{49+1}=\sqrt{50}$$

k:$(x-6)^2+(y-8)^2=50$

Beispiel 12:

Aufgabenstellung:

Die Gerade g: $\vec{x}$=(10|12)+t(2|5) berührt den Kreis im Punkt T=(4|-3). Der Mittelpunkt liegt auf der Geraden h:x-4y=29. Bestimme die Kreisgleichung.

Lösung:

Die Gerade g berührt den Kreis im Punkt T. Eine Gerade n, die normal auf diese Gerade ist und durch den Punkt T geht geht auch durch den Mittelpunkt des Kreises. Der Richtungs-vektor von g ist also der Normalvektor $\vec{n}$=(2|5) der Geraden n. Da n den Punkt T=(4|-3) enthält folgt: $\vec{n}.\vec{x}=\vec{n}.T$

$$\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}\Rightarrow 2.x+5.y=2.4+5.(-3)\Rightarrow n:2x+5y=-7$$

Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Geraden h ist der Mittelpunkt des Kreises:

2x	+5y	=	-7	
x	-4y	=	29	|.(-2)
2x	+5y	=	-7	
-2x	+8y	=	-58	
	13y	=	-65	|:13
	y	=	-5	