## Kreisgleichung aufstellen

Vom gesuchten Kreis sind zwei Punkte und eine Gerade gegeben auf der der Mittelpunkt liegt. Gesucht sind Mittelpunkt und Radius des Kreises.

Sind zwei Punkte eines Kreises gegeben, so liegt der Mittelpunkt des Kreises auf der Streckensymmetralen der beiden Punkte. Der Schnittpunkt der Streckensymmetrale mit der gegebenen Geraden ergibt den Mittelpunkt des Kreises.

**Vorgangsweise:**

1. Streckensymmetrale aufstellen
   - Richtungsvektor $\overrightarrow{PQ}$ berechnen
   - Halbierungspunkt der beiden Punkte berechnen
   - Die Streckensymmetrale geht durch den Halbierungspunkt und ist normal auf $\overrightarrow{PQ}$
2. Die Streckensymmetrale mit der gegebenen Geraden schneiden. Der Schnittpunkt ist der Mittelpunkt des Kreises
3. Der Abstand des Mittelpunktes zu $P$ oder $Q$ ist der Radius
   - $\overrightarrow{PQ}=Q-P$
   - $r=|\overrightarrow{PQ}|$

**Demonstrationsbeispiel:**

Gesucht ist ein Kreis, dessen Mittelpunkt auf der Geraden g: $2x+3y=7$ liegt und der die Punkte $P(6|3)$ und $Q(4|5)$ enthält.

**Lösung:**

Berechnung der Streckensymmetralen:

$$H=\frac{1}{2}(P+Q)=\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}10\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

$$\vec{n}=\overrightarrow{PQ}=Q-P=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$$

$$\vec{n}.\vec{x}=\vec{n}.H \rightarrow \begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix} \rightarrow -2x+2y=-2$$

Der Mittelpunkt ist der Schnittpunkt der Streckensymmetralen mit der gegebenen Geraden $g$:$2x+3y=7$:

$$\left.\begin{array}{r}-2x+2y=-2\\2x+3y=7\end{array}\right\}+$$

$$5y=5 \quad |:5$$

$$y=1$$

Setzt man $y$=1 in die Geradengleichung 2$x$+3$y$=7 ein so erhält man $x$=2. Man erhält also für den Mittelpunkt: $M$(2|1)
Der Radius ist der Betrag von $\overrightarrow{MP}$ (oder von $\overrightarrow{MQ}$)

$\overrightarrow{MP}$ =$P$-$M$=$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$r = \left|\overrightarrow{MP}\right| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$

Kreisgleichung: $(x-4)^2+(y-2)^2=20$